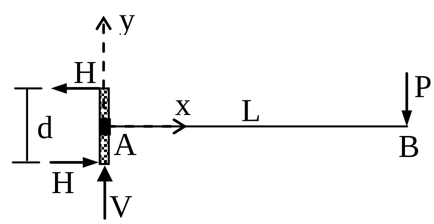
ESTRUTURAS RÍGIDAS

VIGAS

Você já arrancou um prego de uma tábua com um martelo de carpinteiro. Utilizou o princípio da alavanca de Arquimedes (287-212 a.C.). A garra puxa o prego pela cabeça enquanto o corpo do martelo comprime a tábua. O prego não quer sair – ele reage à força de extração por meio do seu atrito com a tábua. E a tábua reage também à força de compressão do martelo. O mesmo esquema ocorre com as cantoneiras fixadas numa parede por meio de duas buchas com parafusos. A diferença é que a gente torce para que os parafusos não saiam!

A balanquim–1

A extremidade A de uma viga de eixo reto é engastada enquanto sua extremidade B é livre. Os engenheiros a denominam de viga em balanço. O eixo x coincide com seu eixo geométrico e ela está definida no plano xy. Sua extremidade livre suporta apenas uma carga concentrada de intensidade P na direção e no sentido oposto ao do eixo y. Ela não tem peso e é rígida. É uma legítima balanquim.



O engaste é um corpo rígido. Não permite nenhum movimento a ele imposto pela balanquim. A translação na direção do eixo y é nula. A rotação em torno do eixo z é também nula.

As forças H e V são as estritamente necessárias para suportar a balanquim com a carga P. Por ser um corpo rígido, o engaste (incluindo os parafusos) tem capacidade de reagir com forças de intensidade ilimitadas: $H_{lim} = \infty$ e $V_{lim} = \infty$ O famoso coeficiente de segurança dos engenheiros seria infinito!. E quais serão os valores das reações H e V às solicitações da balanquim? São determinados pela imposição das condições de equilíbrio estático: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$ e $\sum M = 0$

$\sum F_x = 0:$ $H - H = 0$ $H(1-1) = 0$ $H \times 0 = 0$ $\forall H$

$\sum F_y = 0:$ $V - P = 0$ $V = P$

$\sum M_A = 0:$ $H \times d/2 + H \times d/2 - P \times L = 0$ $H \times d = P \times L$

Essas condições de equilíbrio são denominadas de globais ou externas porque envolvem apenas as forças externas do conjunto engaste-viga como um todo. Elas revelam que:

a) a intensidade da reação V deve ser igual à da carga solicitante P;

b) a força solicitante P produz o momento solicitante $P \times L$ no sentido horário, enquanto as forças resistentes H produzem o binário resistente $H \times d$, no sentido anti-horário (sentido trigonométrico);

c) a intensidade do binário $H \times d$ deve ser igual à intensidade do momento solicitante $P \times L$.

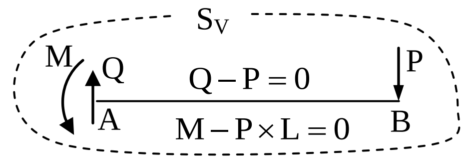
A distância 'd' entre as duas forças é denominada de braço de alavanca do engaste. Se ele for nulo, o binário $H \times d$ será nulo e a carga P deverá ser nula também. Se o braço de alavanca não for nulo, a intensidade das forças H será inversamente proporcional a ele: $H = P\dfrac{L}{d}$.

Quanto maior for 'd' menor será a intensidade de H. Quanto menor 'd' maior será H. É intuitivo. Se o braço de alavanca for igual a 10% do vão L, a intensidade de H será 10 vezes a intensidade da carga P. E se for igual a 20%?

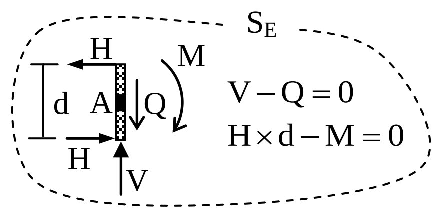
Nosso esqueleto é uma estrutura complicada. É constituído de vários ossos. Para identificá-los e estudar suas funções estruturais, é necessário analisar cada um deles de per si. Não é suficiente analisar o esqueleto como um todo. Além das condições globais de equilíbrio, é imprescindível analisar as condições locais ou internas de equilíbrio. Para isso, é necessário dissecar o conjunto engaste-viga.

Dois subconjuntos serão suficientes. O subconjunto S_V envolvendo a viga, e o subconjunto S_E envolvendo o engaste.

As condições de equilíbrio em S_V são mostradas ao lado. A intensidade da força Q em A deverá ser igual à da carga P. E a intensidade do momento M em A deverá ser igual à do momento $P \times L$.
A força Q é denominada de força cortante na extremidade A da viga. O momento M é denominado de momento fletor nessa extremidade.



As condições de equilíbrio em S_E são mostradas ao lado. A intensidade da força Q deve ser igual à da reação V. A intensidade do binário $H \times d$ deve ser igual à do momento M.
A força Q e o momento M são denominados de ações da extremidade A da viga sobre o engaste.



- Forças - condição global: V = P {V: reação}
- Forças - condição local em S_V: Q = P {Q: força cortante}
- Forças - condição local em S_E: V = Q {Q: ação nodal}

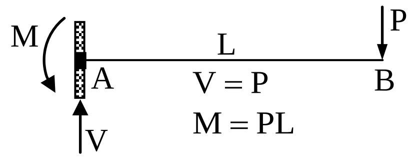
Logo: V = Q = P

- Momentos - condição global: $H \times d = P \times L$ {$H \times d$: reação}
- Momentos - condição local em S_V: $M = P \times L$ {M: momento fletor}
- Momentos - condição local em S_E: $H \times d = M$ {M: ação nodal}

Logo: $H \times d = M = P \times L$

Viu? A tomografia permitiu visualizar e determinar os esforços internos. A interface A da viga com o engaste é usualmente denominada de nó ou junta. Daí a expressão 'ação nodal'. O princípio da ação e reação de Sir. Issac Newton lhe veio à mente?

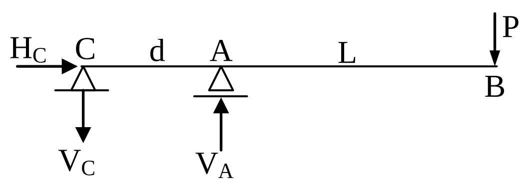
Em tempo. Quando não se deseja detalhar os subconjuntos, é suficiente representar a balanquim como na figura ao lado. Apenas seu esqueleto!
Os esforços internos não são representados.



A balanquim-2

E se o engaste não for disponível? Há um "macete" que os engenheiros e arquitetos utilizam muito.

A balanquim-1 é prolongada de um comprimento igual a 'd' e presa sobre dois apoios rígidos. Criam um vão de comprimento 'd'.



A viga terá um comprimento total igual a L + d. É a balanquim-2: rígida e sem peso. As condições globais de equilíbrio serão:

$\sum F_x = 0:$ $\quad H_C = 0$

$\sum F_y = 0:$ $\quad V_A - V_C - P = 0$ $\quad V_A - V_C = P$

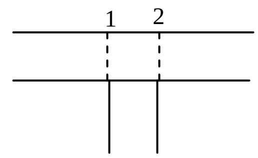
$\sum M_A = 0:$ $\quad V_C \times d - P \times L = 0$ $\quad V_C \times d = P \times L$

Desde que o vão 'd' não seja nulo, as reações serão:

$$V_A = P\frac{L+d}{d} = P\left(1+\frac{L}{d}\right) \qquad V_C = P\frac{L}{d}$$

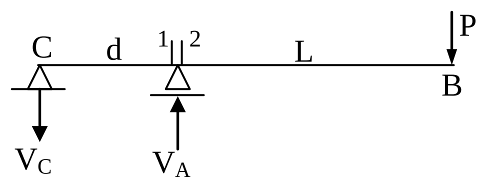
Se 'd' for igual a 10% de L, os valores das reações serão $V_A = 11 \times P$ e $V_C = 10 \times P$.

Há um apoio no meio do caminho da balanquim!. Imagine que ela seja um caibro de madeira e que o apoio A seja um esteio. Quem é L e quem é 'd'? Who's who?

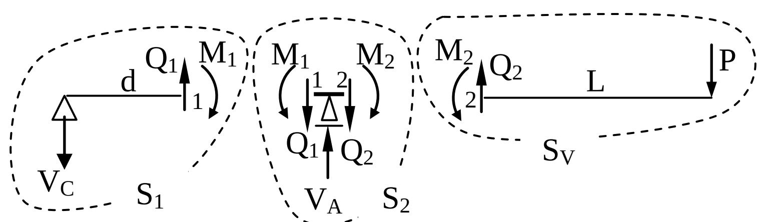


Como nosso apoio é rígido, podemos imaginá-lo tão fino quanto uma lâmina das mais finas. As seções transversais em 1 e 2 da viga não serão contaminadas pelo apoio. Os comprimentos de cada trecho da balanquim serão d.quim e L.quim, com uma aproximação de 1 nanoquim! Você não precisa se preocupar com o problema, porque as normas técnicas recomendam o procedimento a adotar. Nossa encenação teve por objetivo ilustrar as dificuldades encontradas na formulação de uma teoria. A teoria útil de Poincaré.

A seção transversal 1 é a seção limite do trecho de comprimento 'd'. A seção transversal 2 é a posição inicial do balanço.



Com esse macete, três tomografias serão suficientes para dissecar as condições de equilíbrio locais.



- Condições de equilíbrio em S_1

Forças: $Q_1 - V_C = 0$; $Q_1 = V_C = P\dfrac{L}{d}$ { Q_1: cortante na seção 1}

Momentos: $Q_1 \times d - M_1 = 0$; $M_1 = Q_1 \times d = PL$ { M_1: fletor na seção 1}

$$\boxed{1 \text{ nanoquim} = 10^{-9}}$$

• Condições de equilíbrio em S_V

Forças: $Q_2 - P = 0$; $Q_2 = P$ { Q_2 : cortante na seção 2}

Momentos: $M_2 - P \times L = 0$; $M_2 = PL$ { M_2 : fletor na seção 2}

• Condições de equilíbrio em S_2

Forças: $V_A - Q_1 - Q_2 = 0$ { Q_1 e Q_2 : ações nodais}

$$V_A = Q_1 + Q_2 = P\frac{L}{d} + P \qquad V_A = P\frac{L+d}{d}$$ {bateu!}

Momentos: $M_1 - M_2 = 0$ { M_1 e M_2 : ações nodais}

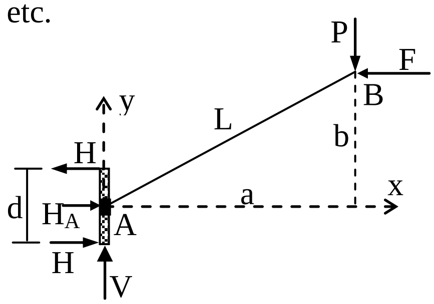
$M_1 = M_2$ {bateu!}

O que acontecerá se houver espaço para os engenheiros fazerem d = L?. E d = 2L? Parece contrariar a intuição, não é? Tenha em mente a definição de uma balanquim: é rígida e não tem peso!

A balanquim-3

E se o balanço for inclinado? As lanças de guindastes de elevação de cargas e as utilizadas pelos carros de combate a incêndios se inclinam. As hastes inclinadas são também muito utilizadas para a sustentação de semáforos, de bandeiras, etc.

O peso de objetos e a ação do vento (bem comportado) serão simulados pelas forças P e F na extremidade B da balanquim AB de comprimento L. Sua projeção sobre o eixo x é ‘a’, e sobre o eixo y é ‘b’. Dito de outra forma, ‘a’ e ‘b’ são as coordenadas da extremidade B em relação ao sistema fixo Oxyz.



• Condições globais de equilíbrio estático:

Forças: $H_A + H - H - F = 0$ $H_A = F$

Forças: $V - P = 0$ $V = P$

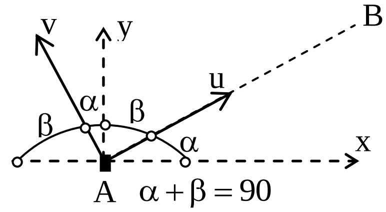
Momentos: $H \times d + F \times b - P \times a = 0$ $H \times d = P \times a - F \times b$

• Condições locais de equilíbrio estático

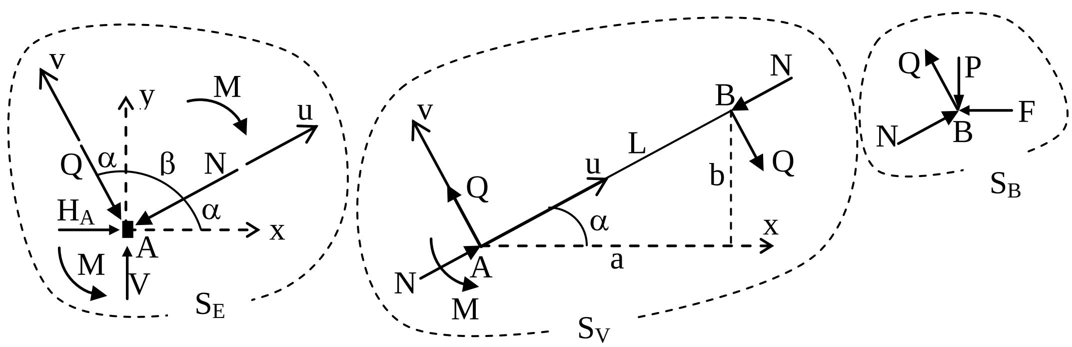
A balanquim-1 tinha a obrigação de conduzir a carga P até o engaste. Para cumprir o objetivo, ela tinha de resistir aos dois esforços solicitantes: cortante e fletor. A balanquim-3 terá de arcar também com o esforço normal. Que poderá ser de tração ou de compressão.

Mas, você se lembra de que resistência é o que não falta a um corpo rígido. A balanquim tirará de letra! Como determinar os valores desses esforços? Aí é que entram em cena novamente as condições locais de equilíbrio.

Por ser inclinada, seu eixo geométrico não mais coincide com o eixo x do sistema de referência global - o sistema de referência fixo. Não tem nada não. Basta equipá-la com o sistema de referência local – o sistema de referência móvel Ouvw. O eixo w coincide com o eixo z.



$$\cos\beta = \cos(90-\alpha) = \operatorname{sen}\alpha$$



• Condições de equilíbrio em S_V

$\sum F_u = 0$	N – N =0	N(1-1)=0	$N \times 0 = 0$	{esforço normal}
$\sum F_v = 0$	Q – Q =0	Q(1-1)=0	$Q \times 0 = 0$	{esforço cortante}
$\sum M_A = 0$	$M - Q \times L = 0$	$M = Q \times L$		{momento fletor em A}
		$Q = M / L$		{esforço cortante}

• Geometria em S_V

a)Supondo-se L e α conhecidos: $a = L\cos\alpha$; $b = L\,\mathrm{sen}\,\alpha$

b)Supondo-se ‘a’ e ‘b’ conhecidos: $L = \sqrt{a^2 + b^2}$; $\cos\alpha = a/L$; $\mathrm{sen}\,\alpha = b/L$

• Condições de equilíbrio em S_E

$\sum F_u = 0: \; -N + H_A\cos\alpha + V\cos\beta = 0;$ $\quad N = H_A\cos\alpha + V\cos\beta$ {ação nodal}

$\sum F_v = 0: \; -Q - H_A\cos\beta + V\cos\alpha = 0;$ $\quad Q = -H_A\cos\beta + V\cos\alpha$ {ação nodal}

$\sum M_A = 0: \; M - M = 0$ $\quad M = M$ {ação nodal}

$N = F\cos\alpha + P\,\mathrm{sen}\,\alpha$ $\quad Q = -F\,\mathrm{sen}\,\alpha + P\cos\alpha$

• Condições de equilíbrio em S_B

$\sum F_u = 0: \; N - F\cos\alpha - P\cos\beta = 0;$ $\quad N = F\cos\alpha + P\,\mathrm{sen}\,\alpha$ {ação nodal em B}

$\sum F_v = 0: \; Q + F\cos\beta - P\cos\alpha = 0;$ $\quad Q = -F\,\mathrm{sen}\,\alpha + P\cos\alpha$ {ação nodal em B}

$\sum M_B = 0 : 0 = 0$ {não tem momento em S_B}

◦ Dever-de-casa: simulações para você fazer com as expressões obtidas:

a) F = 0

b) a = b e F = P

c) a = b e F = -P

d) b = 0

e) a = 0

◦ Para F = P = constante, qual deve ser a inclinação da balanquim para que o esforço normal seja máximo? Dica: derive a expressão de N em relação a α.

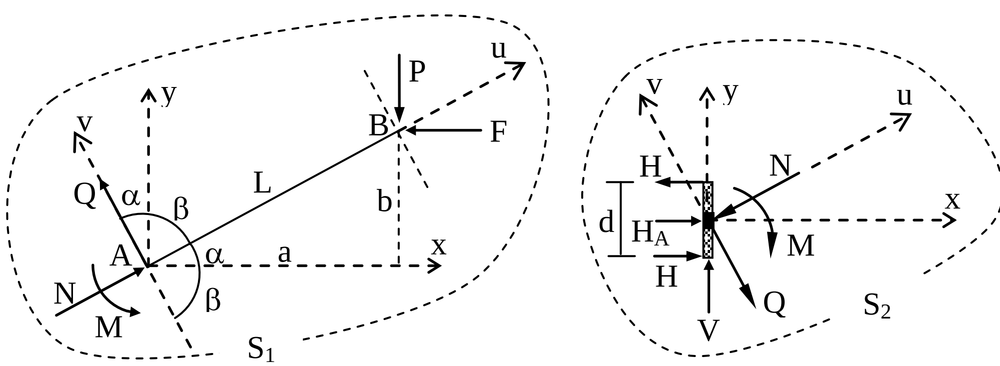
◦ Quais são as condições para que o momento no engaste (momento de engastamento) resulte igual a zero?

◦ Se F = 0, P for igual ao seu peso e se ‘b’ for igual à sua altura, qual deve ser o valor de ‘a’ para que a intensidade do esforço normal seja igual à do esforço cortante? Qual será o valor do momento de engastamento?

A balanquim-3A

A balanquim-3A é exatamente a mesma balanquim-3. A estratégia para a determinação dos esforços é que será diferente. Na balanquim-3, as reações foram calculadas em primeiro lugar. Os esforços internos foram calculados posteriormente. Agora, inverteremos o procedimento. Esforços internos primeiro, reações depois.

Mas, eu terei de adivinhar os sentidos dos esforços solicitantes? Não. Absolutamente. Você terá a árdua tarefa de arbitrar os sentidos que quiser!. A madame dirá quais serão os sentidos corretos. Quando você arbitra um sentido, estará admitindo que ele é positivo do seu ponto de vista. Se a madame encontrar a intensidade da força ou do momento com sinal positivo, você terá acertado. Se ela encontrar a intensidade com o sinal negativo, você terá se enganado - a intensidade da força ou do momento ainda estará correta, mas terá o sentido oposto. Mais fácil que fazer pão-de-queijo! E bota fácil nisso!



• Condições de equilíbrio em S_1 – esforços solicitantes em A

$\sum F_u = 0: \; N - F\cos\alpha - P\cos\beta = 0$; $N = F\cos\alpha + P\,\mathrm{sen}\,\alpha$ {força normal em A}

$\sum F_v = 0: \; Q + F\cos\beta - P\cos\alpha = 0$; $Q = -F\,\mathrm{sen}\,\alpha + P\cos\alpha$ {força cortante em A}

$\sum M_A = 0: \; M + F\times b - P\times a = 0$; $M = P\times a - F\times b$ {momento fletor em A}

• Condições de equilíbrio em S_2 – reações no engaste A

$\sum F_x = 0:\ H_A + H - H - N\cos\alpha + Q\cos\beta = 0$

$H_A = N\cos\alpha - Q\cos\beta$ $\qquad\qquad$ $H_A = N\cos\alpha - Q\operatorname{sen}\alpha$

$\sum F_y = 0: V - N\cos\beta - Q\cos\alpha = 0$

$V = N\cos\beta + Q\cos\alpha$ $\qquad\qquad$ $V = N\operatorname{sen}\alpha + Q\cos\alpha$

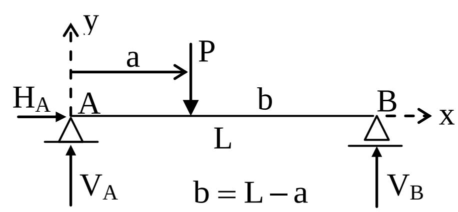
$\sum M_A = 0:\ H\times d - M = 0$ $\qquad\qquad$ $H\times d = M$

Aceita uma sugestão para o chute? Arbitre os sentidos de acordo com os sentidos positivos dos eixos do sistema de referência local. No subconjunto S_1, o sentido arbitrado para a força normal N foi o sentido positivo do eixo u. O sentido arbitrado para a força cortante Q foi o sentido positivo do eixo v. O sentido arbitrado para o momento fletor M foi o sentido anti-horário (o sentido trigonométrico).

E os sentidos das reações? É com você também – arbitre à vontade. No reino da madame reina a democracia. Sugestão. Arbitre os sentidos das forças de acordo com os sentidos positivos dos eixos do sistema de referência global – o sistema fixo. Para o momento resistente, momento de engastamento, adote também o sentido anti-horário.

A bi-aquim

Uma viga sobre dois apoios é denominada de viga bi-apoiada. Bi-aquim é a rígida e sem peso. O monociclo é o veículo mais indicado para você percorrer seu vão de comprimento L. Sua posição em relação ao sistema de referência é rastreada pela abscissa ‘a’.



- Condições globais de equilíbrio

$\sum F_x = 0 \qquad H_A = 0$

$\sum F_y = 0 \qquad V_A + V_B - P = 0 \qquad V_A + V_B = P$

$\sum M_A = 0 \qquad V_B \times L - P \times a = 0 \qquad V_B \times L = P \times a$

Reações verticais: $V_A = P\dfrac{b}{L} = P\left(1 - \dfrac{a}{L}\right) \qquad V_B = P\dfrac{a}{L}$

A reação V_A é proporcional à distância 'b'. A reação V_B é proporcional á abscissa 'a'. E a reação V_A, ela é proporcional à abscissa 'a'? Pense um pouco!

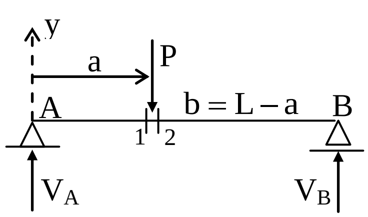
◦ Simulações

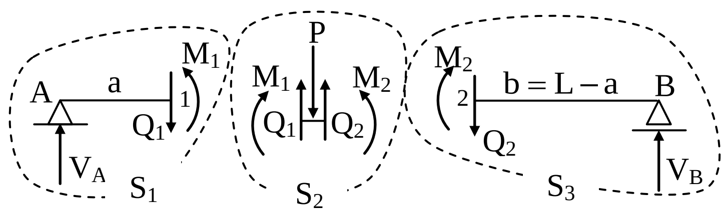
a) quando a = 0: $V_A = P$ $V_B = 0$ {P sobre o apoio A}

b) quando a = L/2: $V_A = P/2$ $V_B = P/2$ {P no centro do vão}

c) quando a = L: $V_A = 0$ $V_B = P$ {P sobre o apoio B}

- Condições locais de equilíbrio





◦ Em S_1

$\sum F_y = 0: \qquad V_A - Q_1 = 0 \qquad Q_1 = V_A = P\dfrac{b}{L}$ {cortante em 1}

$\sum M_A = 0: \qquad M_1 - Q_1 \times a = 0 \qquad M_1 = Q_1 \times a = P\dfrac{a\,b}{L}$ {fletor em 1}

$\circ$ Em S_3

$\sum F_y = 0:$ $\quad V_B - Q_2 = 0$ $\quad Q_2 = V_B = P\dfrac{a}{L}$ $\quad$ {cortante em 2}

$\sum M_B = 0:$ $\quad Q_2 \times b - M_2 = 0$ $\quad M_2 = Q_2 \times b = P\dfrac{a\,b}{L}$ $\quad$ {fletor em 2}

$\circ$ Em S_2

$\sum F_y = 0:$ $\quad Q_1 + Q_2 - P = 0$ $\quad Q_1 + Q_2 = P$ $\quad$ {ações nodais}OK

$\sum M = 0:$ $\quad M_2 - M_1 = 0$ $\quad M_2 = M_1$ $\quad$ {ações nodais}OK

$*$ Momento fletor máximo

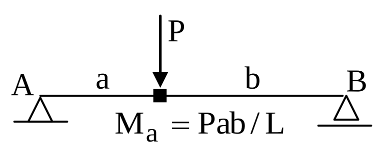
O momento fletor na seção 1 é igual ao momento fletor na seção 2 para qualquer posição da carga P. Não há nenhuma descontinuidade (singularidade), pois:

$$M_1 = M_2 = P\frac{a\,b}{L}$$

a) para a = 0: $\quad$ {b = L} $\quad M_1 = M_2 = 0$

b) para a = L: $\quad$ {b = 0} $\quad M_1 = M_2 = 0$

Podemos, portanto, designar por M_a o momento fletor na seção sob a carga P. Não é necessário especificar as seções 1 e 2.



Para P e L constantes, o momento fletor M_a será uma função do segundo grau na abscissa ‘a’:

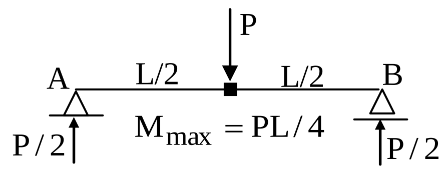
$$M_a = \frac{P}{L}(L - a)\,a$$

Sua derivada em relação à abscissa ‘a’ é bem definida e tem por expressão:

$$\frac{dM_a}{da} = \frac{P}{L}(L - 2a) \qquad\qquad \frac{d^2M_a}{da^2} = -2P/L$$

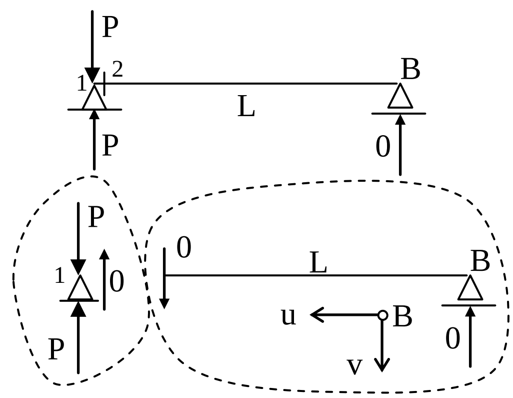
A primeira derivada se anula para $a = L/2$, ou seja, quando a carga P estiver no centro da bi-aquim. Sua derivada segunda é negativa, o que indica que o momento fletor será máximo. O valor desse máximo será:

$$M_{max} = \frac{P}{L}(L - L/2)L/2 = \frac{PL}{4}$$



$*$ Singularidades da força cortante

Quando a carga P estiver sobre um dos apoios, o esforço cortante na bi-aquim deverá ser nulo. Na ilustração ao lado, a carga está sobre o apoio A.
Entretanto, para a = 0 a expressão de Q_1 fornecerá o valor P enquanto a de Q_2 fornecerá o valor zero.
E agora, José?



A madame permite resolver o problema assim:

a) se $a = 0$, fazer $Q_1 = Q_2 = 0$

b) se $a = L$, fazer $Q_1 = Q_2 = 0$

c) senão, $Q_1 = P\left(1 - \frac{a}{L}\right)$ e $Q_2 = P\frac{a}{L}$

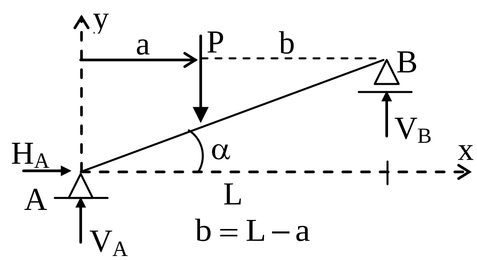
Os materiais detestam força cortante, momento de torção e força normal de compressão. Há exceções. Os mais curtos toleram ser comprimidos. Alguns gostam de ser torcidos. A maioria gosta de flexão e de força normal de tração.

Você aprecia exercícios de alongamento e de flexão. Certamente que não gosta de ser comprimido, e/ou cortado e/ou torcido! Os materiais são tinhosos. Têm normas próprias. Há normas para os metálicos, para as madeiras e para os de concreto armado e protendido. Há ciúmes também – o concreto armado não tolera os aços do concreto protendido! Já os materiais computacionais topam qualquer parada. Olho neles! Tudo muito fácil...

A rampa-quim

O atleta terá de subir a rampa. As coordenadas de B em relação ao sistema de referência fixo são $B(L\ ;\ y_B)$.

A posição da carga P é a abscissa ‘a’ (medida sobre o eixo x): $0 \le a \le L$



- Geometria da rampa-quim

$$L_{AB} = \sqrt{L^2 + y_B^2} \qquad \cos\alpha = L / L_{AB} \qquad \operatorname{sen}\alpha = y_B / L_{AB}$$

- Condições globais de equilíbrio estático

$$\sum F_x = 0: \qquad H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0: \qquad V_A + V_B - P = 0 \qquad\qquad V_A + V_B = P$$

$$\sum M_A = 0: \qquad V_B \times L - P \times a = 0 \qquad\qquad V_B \times L = P \times a$$

Reações verticais: $$V_A = P\frac{b}{L} = P\left(1 - \frac{a}{L}\right) \qquad\qquad V_B = P\frac{a}{L}$$

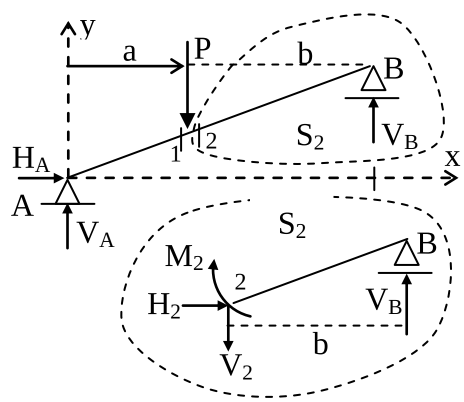
- Subconjuntos no sistema global

A álgebra vetorial da madame não depende de sistemas de referência. Se o vetor resultante das forças num sistema for nulo, o vetor resultante dessas forças noutro sistema de referência será nulo também. O mesmo acontece com o vetor momento das forças.

Qual é a vantagem de subconjuntos no sistema fixo? Nas estruturas definidas no plano xy, e com forças aplicadas nesse plano, o momento numa seção inclinada coincidirá com o momento fletor nessa seção porque os eixos z e w são paralelos. As forças nessa seção inclinada não serão nem a força normal e nem a força cortante na seção transversal. Portanto, haverá vantagem se seu interesse for somente o momento fletor na seção.

A madame lhe dá a liberdade de analisar o equilíbrio de forças em subconjuntos no sistema de referência fixo.
Se a seção definida pelo corte for inclinada em relação ao eixo da barra, as forças explicitadas não serão nem a força normal e nem a força cortante.
É o caso das forças H_2 e V_2 na seção inclinada 2.

O momento M_2 será o momento fletor na seção transversal 2 porque os eixos z e w são paralelos.
Melhor que isso...



- Condições de equilíbrio estático em S_2.

$$\sum F_x = 0: \qquad H_2 = 0$$

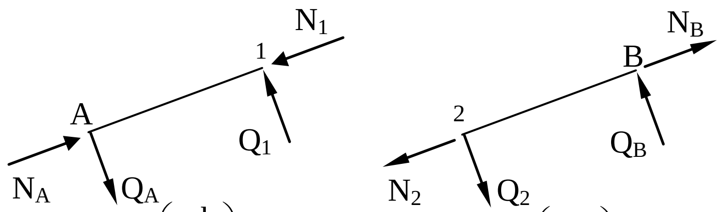
$$\sum F_y = 0: \qquad V_B - V_2 = 0 \qquad\qquad V_2 = V_B = P\frac{a}{L}$$

$$\sum M_2 = 0: \qquad V_B \times b - M_2 = 0 \qquad\qquad M_2 = P\frac{a\,b}{L} \qquad\qquad M_2 = \frac{P}{L}(L-a)\,a$$

Quando é que M_2 será máximo? Você ouvirá freqüentemente a expressão “entrar pela esquerda” ou “entrar pela direita”. É apenas força de expressão. O subconjunto S_2 é a ilustração do “entrar pela direita”.

Se você projetar a força V_2 nas direções dos eixos u e v, encontrará a força normal e a força cortante na seção transversal 2. O esforço normal na barra 2-B é de tração. Na barra A-1 é de compressão. Descontinuidade perigosa!

Mãos à obra.



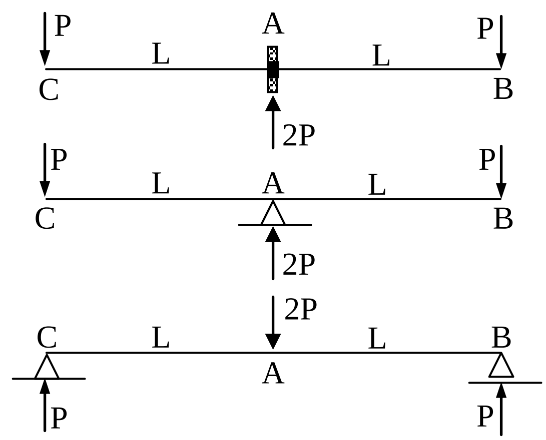
$$N_1 = N_A = \left(P\frac{b}{L}\right)\operatorname{sen}\alpha \qquad N_2 = N_B = \left(P\frac{a}{L}\right)\operatorname{sen}\alpha$$

$$Q_1 = Q_A = \left(P\frac{b}{L}\right)\cos\alpha \qquad Q_2 = Q_B = \left(P\frac{a}{L}\right)\cos\alpha$$

O picolé e o ex-picolé

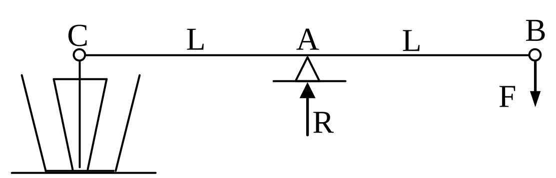
Analise as três situações ilustradas ao lado. Você concorda com as reações? No que diferem quanto aos esforços internos? Quanto aos momento fletores? Quanto às forças cortantes?

Qual é a menos confiável? Tolerâncias de execução e de avaliação das cargas devem ser consideradas.
Com tolerância zero, as três serão simétricas. Melhor que isso...



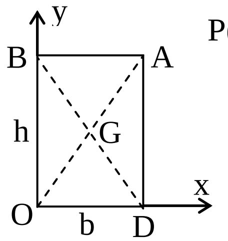
A menos confiável é a do meio. Para comprovar isso, você decidiu fazer um experimento caseiro.

Você comprou um picolé de peso P e o colocou dentro de um copo. Amarrou o palito em C. Na extremidade B você pendurou um objeto de peso F menor que P e maior que o peso do palito. Os engenheiros sempre adotam um coeficiente de segurança!



Enquanto o picolé não derreter, o equilíbrio será mantido graças às tensões de aderência da superfície lateral do palito em contacto com a massa líquida congelada. Essas tensões produzirão uma força resultante, o suficiente para manter o equilíbrio. E se o picolé derreter? Nem pensar - o equilíbrio vai pro brejo! Por que? Porque a força F é maior que o peso do palito do ex-picolé. A massa líquida não terá coesão suficiente para o desenvolvimento das tensões de aderência requeridas. Mas, e o coeficiente de segurança? De nada valeu – foi aplicado de maneira errada! Não basta aplicá-lo a torto e a direito! Que tal um picolé mais gordo, equipado com o mesmo palito do anterior? A durabilidade poderá ser um pouco maior, mas o equilíbrio vai pro brejo do mesmo jeito! É uma questão de tempo. E se trocarmos o picolé pelo picolé-de-queijo? Boa idéia. Mas, e os ratos?

Os líquidos não resistem a esforços de tração. Ao contrário dos metais, suas moléculas deslizam facilmente entre si - são excessivamente moldáveis. O copo do experimento foi necessário para reter a massa falida! Quando confinados, eles podem resistir bravamente a esforços de compressão - os macacos hidráulicos que o digam. Os gases também. Uma bola de futebol cheia de ar pode fazer a alegria de muitos! Mas, a bola murcha...

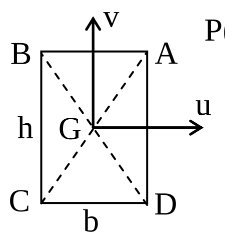


$P(x;y)$ 1 m = 100 cm ; 1 cm = 10 mm

$A(b;h)$ $B(0;h)$

$O(0;0)$ $D(b;0)$

$G(b/2;h/2)$

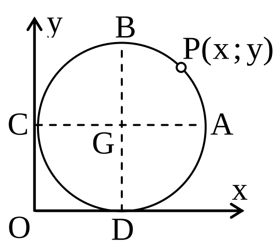


$P(u;v)$

$A(b/2;h/2)$ $B(-b/2;h/2)$

$C(-b/2;-h/2)$ $D(b/2;-h/2)$

$G(0;0)$

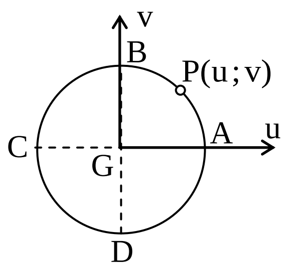


$A(2R;R)$ $B(R;2R)$

$C(0;R)$ $D(R;0)$

$G(R;R)$ $O(0;0)$

$$P(x;y):\ (x-R)^2+(y-R)^2=R^2$$

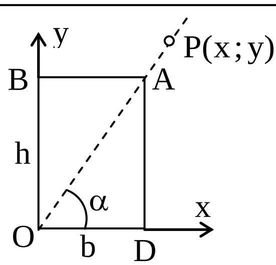


$A(R;0)$ $B(0;R)$

$C(-R;0)$ $D(0;-R)$

$G(0;0)$

$$P(u;v):\ u^2+v^2=R^2$$

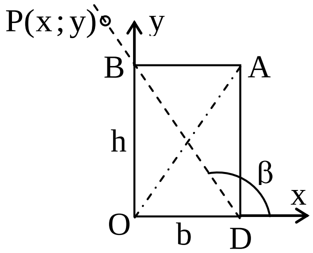


$$P(x;y):\ y = mx + n$$

$$O(0;0) \in \text{Reta}:\ n = 0$$

$$A(b;h) \in \text{Reta}:\ h = m \times b$$

$$m = h/b = \tan\alpha \qquad y = (h/b)\,x$$



$$P(x;y): y = mx + n$$

$$B(0;h) \in \text{Reta}:\ h = 0 + n \qquad n = h$$

$$D(b;0) \in \text{Reta}:\ 0 = m \times b + h \qquad m = -h/b$$

$$m = -\tan\alpha = \tan(180-\alpha) = \tan\beta$$

$$y = (-h/b)\,x + h$$

Continuidade da função $y = f(x)$ no ponto x_0:

Se $f(x_0) = c$ e se $\lim_{x \to x_0} f(x) = c$